

الأستاذ:
نجيب
عثماني

سلسلة رقم 4: المتتاليات العددية
المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

3. أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

تمرين 9: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 3$$

1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن: $u_n \geq 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

4. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

5. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

6. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

تمرين 10: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$$

1. بين أن: $u_n > 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

4. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

تمرين 11: أحسب النهاية التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n}{n}$

تمرين 12: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = 3 + \frac{\sin n}{n^3}$$

بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$

تمرين 13: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي:

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \frac{(-1)^n}{n}$$

1) أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ (2) استنتج: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n + 2(-1)^n$

تمرين 1: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{n}} + 5 \quad \text{و} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-4}{n^3} - 7 \quad \text{و} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} + 3$$

تمرين 2: حدد من بين المتتاليات التالية المتتاليات المتقاربة:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} - 7n \quad \text{و} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2}{n^2} + \frac{5}{n} + 2 \quad \text{و} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2}{n} + n$$

تمرين 3: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 - n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-3 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{\sqrt{n}}\right) \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{3n}} - \frac{2}{3n} + \frac{5}{n^2} - 1$$

$$, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} - 2n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 - 3n - 7}{3n^2 + 5}$$

تمرين 4: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^3 - 5n^2 + 3n - 1 \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{1}{n}}{3 - \frac{7}{n^2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 - 9}{3n + 1} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{9n - 3}{3n + 5} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 6n^3 - 2n^5 + 7n - 9$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)^2 - (n-1)^2 \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^2 + 1}{14n^3 - 5n + 9} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{n^5 + 3n - 4}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n + 2} - \sqrt{n}$$

تمرين 5: [حسب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$]

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (-5)^n$$

تمرين 6: أحسب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2})^n$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (0,7)^n$

$$, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(5)^n}{(4)^n} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (4)^{-n} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (-2)^n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (3)^n - \frac{1}{2^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3)^n + (2)^n}{(2)^n}$$

تمرين 7: أحسب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n)^{\frac{6}{7}}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n)^{\frac{4}{3}}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n)^{\frac{3}{5}} - (n)^{\frac{1}{3}} + 4$$

تمرين 8: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{3 + u_n} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{1 + u_n}$

1. أحسب $v_n - v_{n+1}$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

2. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 14: نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 2(-1)^n + \frac{4}{3}n^2 + 2$$

1) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n \geq \frac{4}{3}n^2 + 2$ استنتج : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

تمرين 15: نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 3n + 5 \sin n$$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n \geq 3n - 5$

2. استنتج : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

تمرين 16: نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = -4n + 3 \cos n$$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n \leq -4n + 3$

2. استنتج : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

تمرين 17: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} \\ u_0 = 3 \end{cases} \quad \text{كالتالي :}$$

1. بين أن المتتالية (u_n) مكبورة بالعدد 4

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

3. ماذا تستنتج ؟

تمرين 18: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases} \quad \text{كالتالي :}$$

1. بين أن المتتالية (u_n) مكبورة بالعدد 2

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

3. ماذا تستنتج ؟

تمرين 19: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 2$

3. أدرس رتبة المتتالية (u_n) ماذا تستنتج ؟

4. أحسب $v_{n+1} - v_n$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

5. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

6. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 20: نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n \quad \text{أحسب} \quad v_n = \cos \left(\frac{(0,1)^n + \pi}{(0,1)^n + 4} \right)$$

تمرين 21: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$u_1 = 1 \quad \text{و} \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

1. بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \leq 2$

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة

3. نعتبر الدالة f المعرفة ب:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{على المجال} \quad I =]-\infty; 2]$$

أ) بين أن $f(I) \subset I$ و أن f دالة متصلة علي مجال I

ب) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 22: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{-1}{2+u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \text{المعرفة كالتالي :}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n)

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n + 1} \quad \text{المعرفة كالتالي :}$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. أحسب $v_{n+1} - v_n$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3. بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-3n+2}{3n+1}$

4. أكتب v_n بدلالة n

5. استنتج طريقة أخرى لكتابة u_n بدلالة n

تمرين 23: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \text{المعرفة كالتالي :}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

1) أحسب u_1 و v_0 (2) بين أن : $u_n \geq 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) أحسب $v_{n+1} - v_n$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

4) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

5) أحسب $\lim u_n$ و $\lim v_n$

6) أدرس رتبة المتتالية (u_n)

تمرين 24: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

$$\text{المعرفة كالتالي :} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6}{1+u_n} \\ u_0 = 3 \end{cases} \quad \text{ونعتبر المتتالية}$$

$$\text{العددية} \quad (v_n) \quad \text{المعرفة كالتالي :} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية و حدد أساسها q وحدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

4. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

تمرين 25: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب u_2 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها وحدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

تمرين 26: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها وحدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

تمرين 27: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\text{كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = -1 - \frac{1}{4u_n} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{2u_n + 1}$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3

2. بين أن (v_n) متتالية حسابية

3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 28: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

$$\text{المعرفة كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

(1) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 3$ (2) أدرس رتبة المتتالية (u_n)

(3) أبين أن (v_n) متتالية هندسية و حدد أساسها وحدها الأول

(4) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 29: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \quad \text{بين أن } \forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \frac{1}{n(3 - \sin n)}$$

تمرين 30: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 1$

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n) (3) ماذا تستنتج؟

تمرين 31: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

1. بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ومصغورة

2. ماذا نستنتج؟

تمرين 32: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$u_0 = 2 \quad \text{و} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 6}$$

1. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 3$

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة

3. نعتبر الدالة f المعرفة ب : $f(x) = \sqrt{x+6}$

على المجال $I = [0, 3]$

(a) بين أن $f(I) \subset I$ و أن f دالة متصلة علي مجال I

(b) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 33: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$u_0 = 4 \quad \text{و} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n}$$

1. بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 1$

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة .

3. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 34: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$u_0 = \frac{5}{4} \quad \text{و} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2}$$

4. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \leq 2$

5. أدرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة

6. نعتبر الدالة f المعرفة ب :

$$f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \quad \text{على المجال } I =]-\infty; 2]$$

(ت) بين أن $f(I) \subset I$ و أن f دالة متصلة علي مجال I

(ث) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 35: نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{6x}{x^3 + 4}$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f .

2. بين أن f تقابل من $[0; \sqrt[3]{2}]$ نحو مجال يجب تحديده.

3. نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$\text{المعرفة بما يلي : } \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

أ. بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 \leq u_n \leq \sqrt[3]{2}$.

ب. بين أن (u_n) تزايدية و استنتج أنها مقاربة

و أحسب $\lim u_n$.